دانشگاه ارومیه
دانشکده برق و کامپیوتر
گروه برق مخابرات

دستورکار آزمایشگاه پردازش سیگنال‌های دیجیتال

(DSP Lab)

« آزمایش اول »

تحلیل سیگنال‌های زمان گسسته در حوزه‌ی زمان:

۱-۱- معرفی محیط متلب:

۱) معرفی سایت آنلاین octavie-online.net

۲) مسیر ذخیره سازی

۳) محیط Command Window

۴) محیط Work Space

۵) محیط Editor (New Script)

۶) نحوه‌ی ذخیره‌سازی فایل

۷) محیط Help

۱-۱-۱- دستورات اولیه:

۱) clc, clear all, close all

۲) تعریف متغیر

۳) نمایش متغیر: disp('Result is = ')

disp(a)

۴) دریافت ورودی از کاربر: w = input('Insert a Number = ')

۵) متغیرهای مختص متلب: ans, Nan, pi, j, i, inf, eps, nargin, nargout,…

۶) برخی از توابع مهم: real, imag, abs, angle, sum, acos, asin, acosh, asinh, exp, round, log10 , …

۷) انواع متغیرها: Numeric, logical, char, cell, …

Double, uint8, uint16, uint32, int8, int16, …

- مشاهده‌ی تمام متغیرها: help datatypes

تمرین ۱: برنامه‌ای بنویسید که یک عدد مختلط از کاربر دریافت کند، دامنه و زاویه‌ی عبارت زیر را محاسبه کند و نتیجه را نمایش دهد:

$$y = x^2 + 3x + 10$$

۱-۱-۲- آرایه‌ها

روش‌های ایجاد آرایه:

۱) استفاده از [ ] (a = [ ], b = [1 2 3], c = [1,2,3], d = [1 2 3; 2 3 6])

۲) linspace (تعداد اعداد داخل بازه, عدد آخر بازه, عدد اول بازه)

۳) استفاده از ' : '، (۲:۳:۱۰)

۴) ترکیبی از ۳ روش مطرح شده (disp(['Average is = ',num2str(Avg)]))

مثالی از روش ۴:

$$y = [10,4,5,12,-1; linspace(1,-10,6); 5:-1:0];$$

استخراج بخشی از آرایه‌ها:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -1 & \cdots & 20 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 8 & \cdots & 38 \end{bmatrix}_{10\times30} \quad \Rightarrow \boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}(row\,, column)$$

ماتریس‌های ویژه:

$$[\,], eye, ones, zeros, rand, randn, \ldots$$

تمرین۲: برنامه‌ای بنویسید که عدد صحیح n را از کاربر بگیرد، x را برداری بین $-2n\pi$ و $2n\pi$ ایجاد کنید و y را محاسبه کنید:

$$y = |\sin(x)| + 5x^3 + 20$$

تمرین۳: برنامه‌ای بنویسید که ماتریس زیر را بدون وارد کردن مستقیمِ اعداد، ایجاد کند:

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 10 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 10 \end{bmatrix}_{10\times10}$$

مثال: برنامه‌ای بنویسید که ماتریس دو ستونی از کاربر دریافت کند، به نحوی که ستون اول نمرات ۵ درس یک ترم دانشجو باشد و ستون دوم تعداد واحد هر درس؛ سپس عملیات زیر را بر روی آن انجام دهد:

۱) محاسبه تعداد واحدها

۲) محاسبه معدل ترم

۳) نمایش نتیجه با پیام مناسب.

۱-۱-۳- دستورات For, if, while

```
x = [ ];
for n = 1:10
    x(n) = sin(n * pi/10)
end
```

```
Ages = input('Ages = ');
k = length(Ages);
for i = 1:k
   if Ages(i) < 17
     disp('Teen')
   elseif Ages(i) > 17 && Ages(i) < 40
     disp('Young')
  elseif Ages(i) > 40 && Ages(i) < 60
    disp('Middle - aged')
   end
end
```

۱-۱-۴- ایجاد توابع:

```
function [out1, out2, out3, ... ] = Name(input1, input2, inut3, ...)
   %comments
   Rules
end
```

۱-۱-۵- تعدادی از توابع ماتریسی:

$det, inv, pinv, trace, \dots$

۱-۱-۶- ابزار ترسیم:

$\boldsymbol{axis, grid, legend, plot, stem, title, xlabel, ylabel, subplot, figure, \dots}$

۱-۲- توابع ضربه، پله، نمایی، سینوسی، تصادفی:

$\delta = [1\ zeros(1, N-1)]$
$U = [ones(1, N)]$
$\delta = [zeros(1, M)\ \ 1\ \ zeros(1, N-M-1)]$

تمرین۴: برنامه‌ای بنویسید که در آن، خروجی تابع پله‌ی واحد با تاخیر ۷ باشد.

$X = A * \exp(n * c)$
$X = A * b.^n$
$Energy = \sum_{n=0}^{M} |x[n]|^2 \quad (x\text{سیگنال حقیقی}) \Rightarrow \ sum(X.* X)$
$X = A * \cos(2 * pi * f * n + \varphi)$ و دوره تناوب $= \frac{1}{f}$

مثال: ایجاد یک سیگنال کسینوسی با فاز ۹۰درجه، رسم آن و محاسبه‌ی توان متوسط این سیگنال.

$R = \mu + (rand(1,100)) \times \sigma$

مثال: برنامه‌ای بنویسید که هم یک سیگنال تصادفی به طول ۱۰۰ با توزیع یکنواخت در بازه‌ی {۲و۲-} و هم یک سیگنال تصادفی به طول ۷۵ با توزیع نرمال و میانگین صفر و واریانس ۳ ایجاد کند و هر دو را در قالب یک پنجره نمایش دهد.

تمرین ۵: برنامه‌ای بنویسید که یک سیگنال تصادفی سینوسی با طول ۵۰ را ایجاد کرده که فاز و دامنه‌ی آن به ترتیب بین بازه‌ی ۰تا ۲π و ۰تا۸ باشد که هر دو مستقل ازهم و دارای توزیع یکنواخت هستند. سپس به دلخواه ۵ نمونه از این سیگنال را انتخاب کرده و نمایش دهید.

$x[n] = A * \cos(w_0 * n + \varphi)$

مثال : برنامه‌ای بنویسید که سیگنال نمایی بطول ۵۱ و بصورت عبارت مقابل دریافت کرده: $Sig = 2n(0.9^n)$

سپس با نویزی که دارای میانگین صفر و انحراف معیار ۰,۸ و توزیع یکنواخت است، جمع کرده باشد. در نهایت این سیگنال به عنوان ورودی وارد سیستم زیر شده و خروجی محاسبه گردیده و نمایش داده شود.

$$y[n] = \frac{1}{3}\,(x(n-1) + x(n) + x(n+1))$$

۱-۲-۱- فرکانس لحظه‌ای:

فرکانس لحظه‌ای در هر سیگنال سینوسی برابر است با مشتق فاز آن نسبت به زمان؛ برای ایجاد سیگنال‌هایی که فرکانس آنها با زمان به صورت خطی تغییر می‌کند، نیاز است تا آرگومان آن‌ها تابعی از درجه‌ی دو نسبت به زمان باشد.

$$P = a \times n^2 + b \times n \quad \Rightarrow \quad f = \frac{dP}{dn} = 2an + b$$

مثالی از متغیر بودن فرکانس:

$n = 0{:}\,100;$
$a = \frac{pi}{200};\;\; b = 0;$
$\arg = a * n.* n + b * n;$
$x = \cos(arg)\,;$
$stem(n, x)$
$axis([0{,}100, -1.5{,}1.5]);$
$title('Signal')$
$xlabel('Time')$
$ylabel('Amplitude')$
$gride; axis;$

تمرین۶: برنامه را طوری تغییر دهید تا سیگنال سینوسی با فرکانس متغیر با مینیمم ۰,۲ و ماکزیمم ۰,۶ ایجاد کند.

«آزمایش دوم»

تحلیل سیستم‌های زمان گسسته در حوزه‌ی زمان:

در این آزمایش، خواص سیستم‌ها بررسی می‌شوند: LTI بودن، پایداری، ناپایداری، خطی بودن، علی بودن، تغییرپذیری با زمان، تغییرناپذیری با زمان و ...

۲-۱- آشنایی با دستورات:

در این قسمت با ۳ دسنور مهم : impz، filter و conv آشنا می‌شویم.

$$H(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \cdots}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \cdots}$$

$$H(z) = \frac{2z^{-1} + 3z^{-2} + 5}{1 + 4z^{-1} - 6z^{-2} + z^{-3}} \quad \Rightarrow \quad filter([5,2,3],[1,4,-6,1],x)$$

دستور impz، پاسخ ضربه را محاسبه می‌کند؛ ورودی یک ضربه است.

دستور conv، کانولوشن دو سیگنال را محاسبه می‌کند؛ همچنین دستور deconv عکس کانولوشن را برمی‌گرداند (سیگنال اصلی).

۲-۲- فیلتر تغییر میانگین یا هموارساز:

$$y[n] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x[n-k]$$

مثال: پیاده‌سازی این فیلتر جهت فیلتر کردن سیگنال سینوسی که یک سیگنال سینوسی با فرکانس بالا به عنوان نویز بر روی آن سوار است. سیگنال‌های ورودی و خروجی را نمایش دهید.

تمرین۷ : برنامه‌ای که اجرا شد برای M=2 و فیلتر زیر تغییر دهید:

$$y[n] = 0.5(x[n] - x[n-1])$$

چه تاثیری بر روی سیگنال ورودی خواهد داشت؟

سیگنال ورودی را با یک سیگنال سینوسی که فرکانس افزایشی و متغیر دارد جایگزین کنید: طول سیگنال ۱۰۰-۰ و فرکانس ۰,۵-۰ سپس قسمت قبلی تمرین را دوباره اجرا کنید.

۲-۳- سیستم غیرخطی

$$y[n] = x^2[n] - x[n-1] \times x[n+1]$$

مثال: پیاده‌سازی این سیستم و بررسی تاثیر DC بر روی سیگنال خروجی.

۲-۴- بررسی خاصیت خطی وغیرخطی سیستم‌ها:

$$y[n] - 0.4y[n-1] - 0.75y[n-2] = 2.24x[n] + 2.49x[n-1] + 2.24x[n-2]$$
$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2.24 + 2.49z^{-1}}{1 - 0.4z^{-1}}$$

مثال: سیستم مطرح شده را از لحاظ خطی بودن بررسی کنید.

تمرین ۸: مثال مطرح شده را برای سیستم زیر تکرار کنید.

$$y[n] = x[n] \times x[n-1]$$

آیا سیستم خطی است؟

۲-۵- بررسی خاصیت تغییرپذیری یا تغییر ناپذیری با زمان:

$$y[n] - 0.4y[n-1] - 0.75y[n-2] = 2.24x[n] + 2.49x[n-1] + 2.24x[n-2]$$

مثال: سیستم مطرح شده را از لحاظ TI بودن بررسی کنید.

تمرین۹: سیستم زیر را از لحاظ تغییر پذیری یا تغییرناپذیری با زمان بررسی کنید:

۲-۶- محاسبه‌ی پاسخ ضربه:

$$impz(num\,,den\,,N)$$

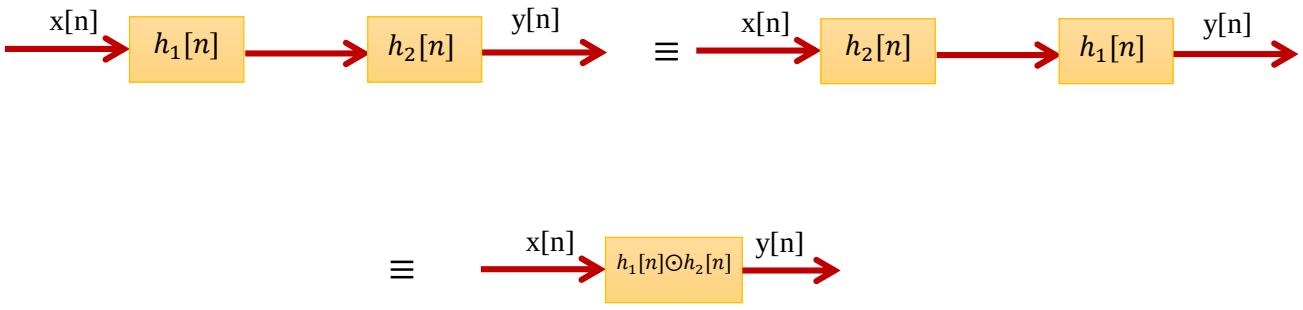
مثالی از این دستور.

تمرین ۱۰: پاسخ ضربه‌ی سیستم زیر را محاسبه کرده و فقط ۵۰ سمپل اولیه‌ی آن را نمایش دهید.

$$y[n] + 0.71\,y[n-1] - 0.46\,y[n-2] - 0.62\,y[n-3] = 0.9x[n] - 0.45\,x[n-1] + 0.35\,x[n-2] + 0.2x[n-3]$$

سپس بجای استفاده از دستور impz، از دستور filter پاسخ ضربه‌ی سیستم را محاسبه کنید و ۴۰ سمپل را نمایش دهید. شکل خروجی را با قسمت قبل مقایسه کنید.

۲-۷- سری کردن سیستم‌ها:



مثال: پیاده‌سازی سیستم مرتبه‌ی چهار زیر:

$$y[n] + 1.6y[n-1] + 2.28y[n-2] - 1.35y[n-3] + 0.68y[n-4] = 0.06x[n] - 0.19x[n-1] + 0.27x[n-2] - 0.26x[n-3] + 0.12x[n-4]$$

و نشان دهید که می‌توان این سیستم را با دوسیستم زیر سری کرد یا خیر:

$$y_1[n] + 0.9y_1[n-1] + 0.8y_1[n-2] = 0.3x[n] - 0.2x[n-1] + 0.4x[n-2]$$

$$y_2[n] + 0.7y_2[n-1] + 0.85y_2[n-2] = 0.2y_1[n] - 0.5y_1[n-1] + 0.3y_1[n-2]$$

(آیا y_2 با y برابر است؟)

تمرین ۱۱: این برنامه را برای ورودی سینوسی پیاده سازی کنید و خروجی را نمایش دهید.

۲-۸- بررسی پایداری سیستم‌ها

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$$

مثال: برای سیستم زیر خاصیت پایداری را بررسی کنید:

$$y[n] + 1.5y[n-1] + 0.9y[n-2] = x[n[-0.8x[n-1]$$

تمرین ۱۲: این برنامه را برای سیستم زیر پیاده سازی کنید و پایداری‌اش را بررسی کنید.

$$y[n] = x[n] - 4x[n-1] + 3x[n-2] + 1.76y[n-1] - y[n-2]$$

«آزمایش سوم»

تحلیل سیگنال‌های زمان گسسته در حوزه‌ی فرکانس:

در این آزمایش به بررسی خواص سیگنال‌های زمان گسسته از منظر کدنویسی می‌پردازیم. با دو عبارت " تبدیل فوریه‌ی گسسته (DTFT) " و " تبدیل فوریه‌ی سریع (FFT) " بیشتر کارخواهیم کرد. ویژگی‌هایی مانند: کانولوشن در حوزه‌ی فرکانس و زمان، شیفت در حوزه‌ی زمان و فرکانس، ضرب در حوزه فرکانس و زمان و ... بررسی خواهند شد.

۳-۱- دستورات اولیه:

.^ ,^

$fliplr \Rightarrow flip\ rotate\ (left\ to\ right)$

$rem \Rightarrow$ باقیمانده

$fft \quad , \quad ifft$

$freqz \Rightarrow$ محاسبه‌ی پاسخ فرکانسی تابع تبدیل

$[h, w] = freqz(b, a, n)$

پاسخ فرکانسی — فرکانس زاویه‌ای — طول پاسخ فرکانسی — ضرایب صورت(num) — ضرایب مخرج(den)

$[z, p, k] = tf2zp \quad , \quad zp2tf$

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1}s + b_n}{a_1 s^{m-1} + \cdots + a_{m-1}s + a_m} \Rightarrow H(s) = \frac{Z(s)}{P(s)} = k\frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

$zp2sos$

$$H(z) = k\frac{(z-z_1)(z-z_2)\cdots(z-z_n)}{(z-p_1)(z-p_2)\cdots(z-p_m)} \Rightarrow H(z) = g\prod_{k=1}^{L} H_k(z) = g\prod_{k=1}^{L}\frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}$$

$$\text{sos} = \begin{bmatrix} b_{01} & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ b_{02} & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{0L} & b_{1L} & b_{2L} & 1 & a_{1L} & a_{2L} \end{bmatrix}$$

۳-۲- تبدیل فوریه‌ی گسسته (DTFT):

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \times e^{-j\omega n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) \times e^{j\omega n}\ d\omega$$

مشکلاتی برای پیاده‌سازی در متلب وجود دارد.

مثال: محاسبه‌ی پاسخ فرکانسی تابع تبدیلی با ضرایب زیر:

$$num = [2\ 1] \quad den = [1\ \ -0.6]$$

تمرین ۱۳: برنامه را طوری تغییر دهید که پاسخ فرکانسی سیگنال محدود زیر را نمایش دهد؛ همچنین فاز را بصورت درجه محاسبه کنید و نمایش دهید:

$$R[n] = [1\ 4\ 7\ 10\ 13\ 16\ 19\ 22\ 25\ 28]$$

۳-۳- شیفت زمانی تبدیل فوریه گسسته

$$x[n - n_0] \quad \overset{F}{\Rightarrow} \quad e^{-jn_0\omega}X(e^{j\omega})$$

مثالی از این ویژگی.

۳-۴- شیفت فرکانسی تبدیل فوریه گسسته:

$$e^{j\omega_0 n}x[n] \quad \overset{F}{\Rightarrow} \quad X(e^{j(\omega-\omega_0)})$$

مثالی از این ویژگی.

تمرین ۱۴: به ازای مقادیرِ مختلف شیفت فرکانسی، این ویژگی را بررسی کنید.(حداقل دو مقدار)

۳-۵- ویژگی کانولوشن و ضرب تبدیل فوریه گسسته:

مثالی از این دو ویژگی.

خاصیتی که ضرب تبدیل فوریه گسسته دارد چیست؟

تمرین ۱۵: ویژگی مدولاسیون (در مورد خاصیت ضرب تبدیل فوریه گسسته) را برای دو سیگنال دلخواه دیگر پیاده‌سازی کنید.

۳-۶- ویژگی معکوس کردن زمان:

$$x[-n] \quad \overset{F}{\Rightarrow} \quad X(e^{-j\omega})$$

مثالی از این ویژگی.

۳-۷- تبدیل فوریه سریع(FFT)

$\mathbf{DFS} \Rightarrow \mathbf{x[n]} \longrightarrow \boldsymbol{a_k = a_{k+N}}$

$\mathbf{DTFT} \Rightarrow \mathbf{x[n]} \longrightarrow \mathbf{X(e^{j\omega})}$ پیوسته ،طول نامحدود

$\mathbf{DFT} \Rightarrow \mathbf{x[n]} = \mathbf{X[k]}$ گسسته ،طول محدود

$\mathbf{FFT} \Rightarrow \mathbf{DFT}$ "N"points, $N = 2^{\gamma}$ & $\geq$ طول سیگنال

$$\mathbf{X[k]} = \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{x[n]e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)kn}} \quad , \quad k = 0,1,\dots,N-1$$

برای پیاده‌سازی از دستور fft (x ,L) استفاده می‌شود که DFT، L نقطه‌ایِ سیگنال x را محاسبه می‌کند. دستور ifft هم معکوس این تبدیل را ارائه می‌دهد.

مثالی از نحوه‌ی استفاده و خروجیِ این دستور.

تمرین ۱۶: برنامه‌ای بنویسید که تبدیل فوریه‌ی L نقطه‌ای سیگنال ورودی دلخواه x[n] دارای N نقطه را (L>>N) محاسبه و رسم کند، سپس تبدیل فوریه‌ی معکوس L نقطه‌ای را نیز رسم کند. به ازای چند ورودی دلخواه و مقادیر مختلفی از L و N، خروجی ها را مشاهده کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳-۸- تبدیلِ تابع تبدیل به فرمت صفر و قطب، باقیمانده و برعکس:

$$[Z,P,K] = tf2zp(b,a); \qquad [b,a] = zp2tf(z,p,k); \qquad [r,p,k] = residuez(b,a);$$

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{r(1)}{1-p(1)z^{-1}} + \cdots + \frac{r(n)}{1-p(n)z^{-1}} + k(1) + k(2)z^{-1} + \cdots + k(m-n+1)z^{-(m-n)}$$

بررسی مثال‌هایی از این دستورات.

۳-۹- شیفت چرخشی:

پیاده‌سازی با استفاده از تولید یک تابع مخصوص برای این ویژگی.

۳-۱۰- کانولوشن چرخشی:

پیاده‌سازی با استفاده از تولید یک تابع مخصوص برای این ویژگی.

۳-۱۱- کانولوشن خطی با استفاده از کانولوشن چرخشی:

مثالی از این نوع پیاده‌سازی.

تمرین ۱۷: مثال مطرح شده را به ازای ۲ سیگنال با طول متفاوت انجام دهید و همچنین برنامه‌ای بنویسید که کانولوشن دو سیگنال را با استفاده از تبدیل فوریه‌ی تک تک آنها محاسبه کند.

«آزمایش چهارم»

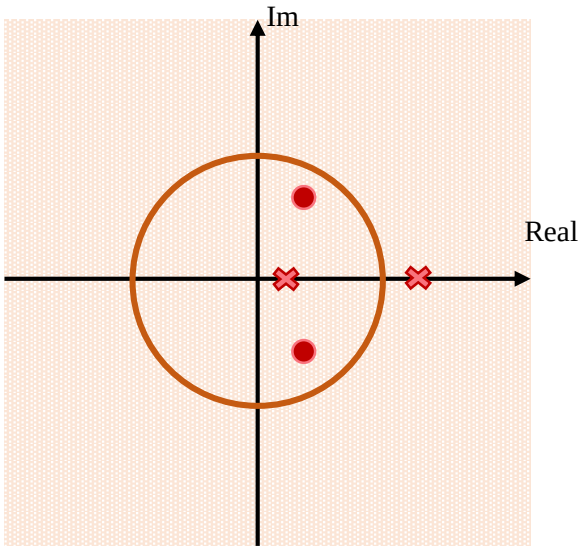
تحلیل سیستم‌های زمان گسسته در حوزه‌ی فرکانس:

در این آزمایش به طور کلی با فیلترهای نوعی در حوزه‌ی فرکانس به عنوان یک سیستم زمان گسسته در این حوزه، آشنا خواهیم شد. درمورد تبدیل z پاسخ ضربه‌ی این سیستم‌ها (تابع تبدیل) اطلاعاتی کسب خواهیم کرد.

ویژگی‌های سیستم از جمله پایداری، gain، فرکانس قطع، علی بودن، صفر و قطب تابع تبدیل را بررسی می‌کنیم.

۴-۱- دستورات اولیه:

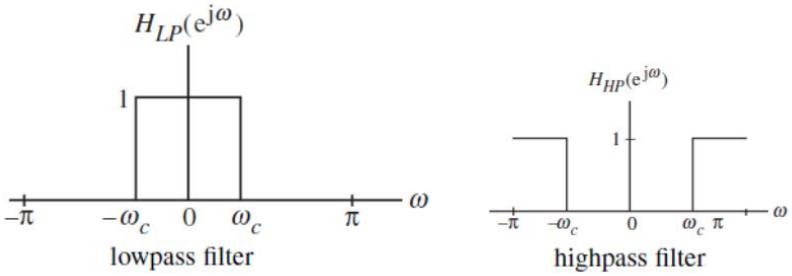
$$log10 \quad , \quad zplane$$

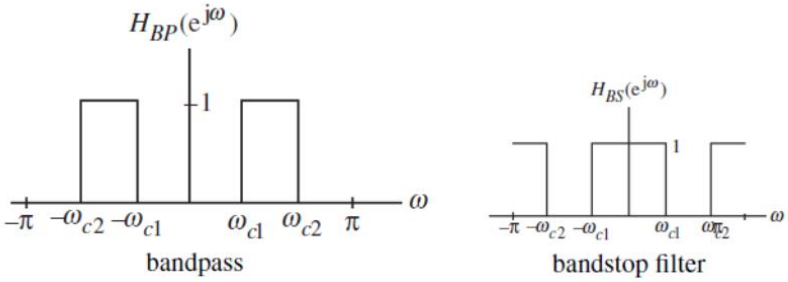


تمرین ۱۸: نمودار صفر و قطب تابع تبدیل زیر را نمایش دهید و شرط پایداری را بررسی کنید. با استفاده از دستور zplane هم مکان صفر و قطب مشخص کنید.

$$G(z) = \frac{2 + 5z^{-1} + 9z^{-2} + 5z^{-3} + 3z^{-4}}{5 + 45z^{-1} + 2z^{-2} + z^{-3} + z^{-4}}$$

۴-۲- انواع فیلترها:





پیاده‌سازی فیلترهای ایده‌ال در عمل امکان‌پذیر نمی‌باشد. زیرا باید طول پاسخ ضربه‌ی چنین فیلترهایی در حوزه‌ی زمان ∞ باشد که غیرممکن است. بنابراین از فیلترهای غیرایده‌آلی استفاده می‌شود که پاسخ ضربه‌ی محدودی دارند، همچنین برای پیاده‌سازی باید فیلتر علی باشد؛ تخمینی از پاسخ ضربه‌ی محدود برای فیلتر پایین‌گذر بصورت زیر بدست آمده‌است:

$$h_{LP}[n] = \frac{\sin(\omega_c(n - {}^{N}/_{2}))}{\pi(n - {}^{N}/_{2})}$$

تمرین ۱۹: پاسخ ضربه‌ی تخمین زده شده را برای فرکانس قطع ۰/۲۵ و به تعداد دلخواه نمونه، پیاده‌سازی و رسم کنید. برای طول ۲۰ و فرکانس قطع ۰/۴۵ نیز پیاده‌سازی کرده و رسم کنید.

۴-۳- محاسبه‌ی بهره‌ی تابع تبدیل:

یافتن f_{3dB} : محاسبه‌ی gain بر حسب dB و سپس یافتن f_{3dB}.

بررسی مثال.

تمرین ۲۰: برنامه‌ای بنویسید که gain تابع تبدیل فیلتر بالاگذر زیر را برای M = 5 برحسب dB محاسبه و رسم کند. فرکانس 3dB را مشخص کنید.

$$H(z) = \frac{1}{M}\sum_{n=0}^{M-1}(-1)^n z^{-n}$$

۴-۴- بررسی پایداری فیلترها:

فیلترهایی که بررسی کردیم اکثرا FIR بودند و پاسخ ضربه‌ی محدودی داشتند. پایداری IIR مهمترین پارامتر در طراحی این نوع فیلترها می‌باشد.

$$zplane \quad , \quad poly2rc$$

تمرین ۲۱: دو سیستم با تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$H_1(z) = \frac{1}{1 - 1.848z^{-1} + 0.85z^{-2}}$$

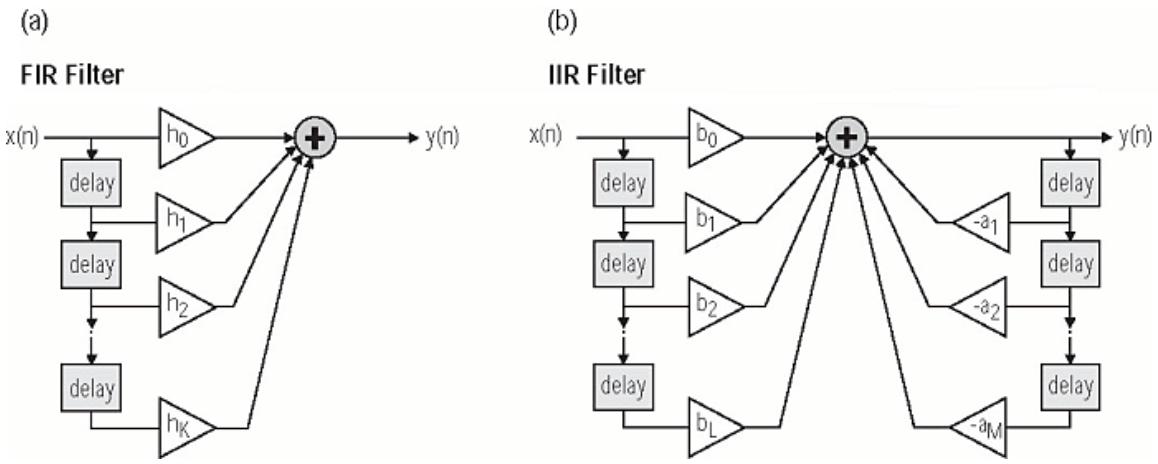
$$H_2(z) = \frac{1}{1 - 1.85z^{-1} + 0.85z^{-2}}$$

با دستور zpla*ne* محل صفر و قطب را نشان دهید. آیا امکان تشخیص پایداری وجود دارد؟ سپس با دستور *poly2rc* پایداری را بررسی کنید.

«آزمایش پنجم »

طراحی فیلترهای دیجیتال(FIR و IIR):

در طراحی فیلترها، به دنبال بدست آوردن تابع تبدیل با تو جه به مشخصاتی که از فیلتر انتظار داریم هستیم. پاسخ فرکانسی بدست آمده، تقریبی از پاسخ فرکانسی مطلوب است.



۵-۱- دستورات اولیه:

$Nargin \ , \ ceil \ , \ sqrt$
$blackman \ , butter \ , \ buttord \ , chebwin \ , \ cheb1ord \ , \ cheb2ord \ , cheby1 \ , cheby2 \ , ellip$
$ellipord \ , fir1 \ , \ fir2 \ , \ firpm \ , \ firpmord \ , \ hanning \ , \ hamming \ , \ kaiser$

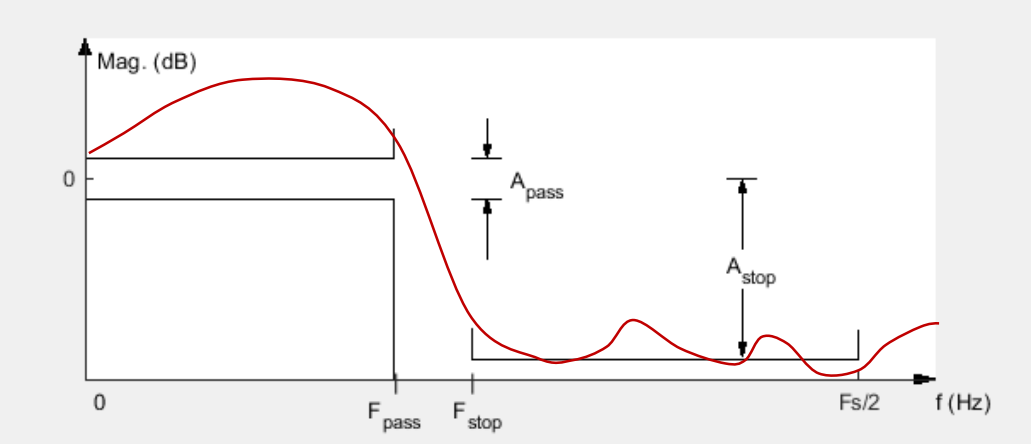
۵-۲- طراحی IIR:

اولین قدم برای طراحی، انتخاب نوع فیلتر و سپس تعیین درجه‌ی تابع تبدیل آن بر اساس ویژگی‌های مورد نیاز می‌باشد.

$[N \ , W_n] = buttord(W_p \ , W_s \ , R_p \ , R_s)$
$[N \ , W_n] = cheb1ord(W_p \ , W_s \ , R_p \ , R_s)$
$[N \ , W_n] = cheb2ord(W_p \ , W_s \ , R_p \ , R_s)$
$[N \ , W_n] = ellipord(W_p \ , W_s \ , R_p \ , R_s)$

$N =$ کمترین درجه‌ی ممکن برای فیلتر , $W_n =$ فرکانس‌های قطع $3dB$ مربوطه , $W_p =$ فرکانس گوشه‌ای باند عبور

$W_s =$ فرکانس گوشه‌ای باند توقف , $R_p =$ حداکثر ریپل باند عبور , $R_s =$ حداقل میرایی باند توقف



تمرین ۲۲: برنامه‌ای بنویسید که کمترین درجه‌ی تابع تبدیل فیلتر پایین‌گذر IIR از هر ۴ نوع ذکر شده را با مشخصات زیر بدست آورد:

$f_s = 40\ kHz$
$\omega_p = 4\ kHz$
$\omega_s = 8\ kHz$
$R_p = 0.5\ dB$
$R_s = 40\ dB$

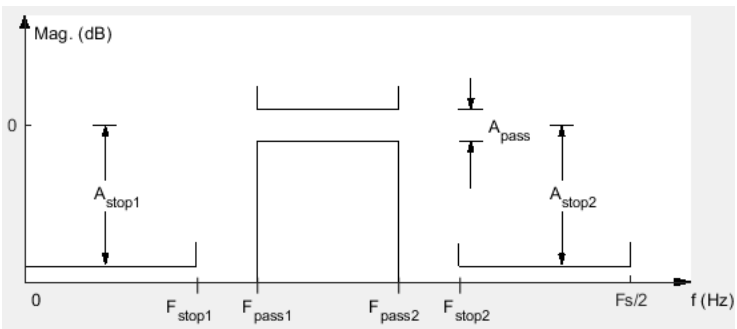
بعد از تعیین درجه‌ی فیلتر، به طراحی آن می‌پردازیم:

$$[num\ , den] = butter(N, \omega_n\ , 'filtertype')$$

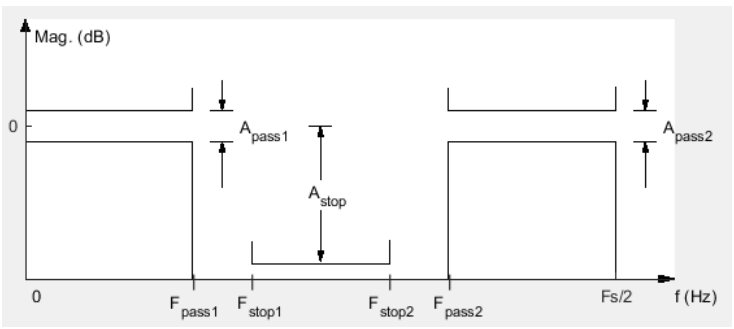
$$[num\ , den] = cheby1(N, R_p, \omega_n\ , 'filtertype'\ )$$

$$[num\ , den] = cheby2(N, R_s, \omega_n\ , 'filtertype'\ )$$

$$[num\ , den] = ellip(N, R_p, R_s, \omega_n\ , 'filtertype'\ )$$



Bandpass



Bandstop

تمرین ۲۳: برنامه‌ای بنویسید که یک فیلتر بالاگذر چبی‌شف نوع۲ را با مشخصات زیر طراحی کند:

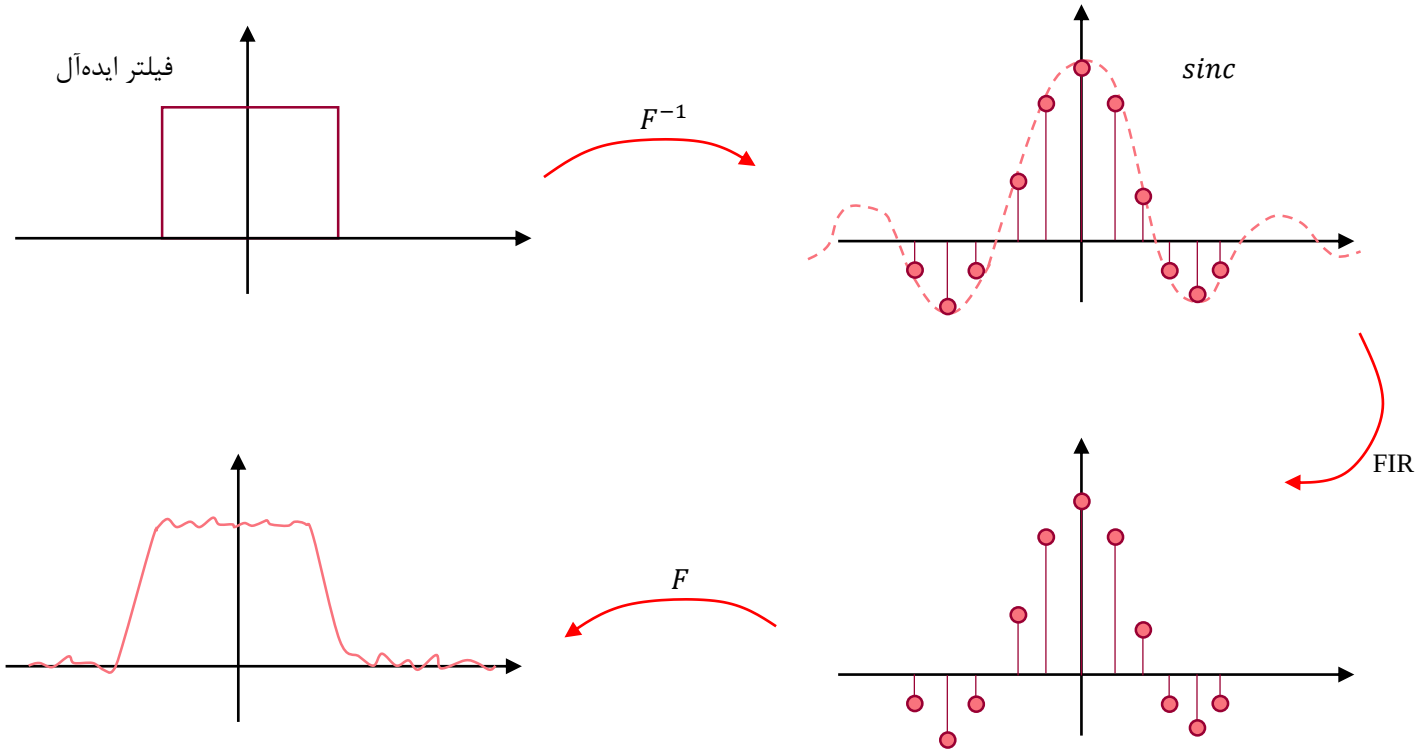
$f_s = 3.5\ kHz$
$\omega_p = 1050\ Hz$
$\omega_s = 600\ Hz$
$R_p = 1\ dB$
$R_s = 50\ dB$

Butterworth	Cheby1	Cheby2	elliptic
۱) بدون ریپل در باند قطع و باند عبور ۲) فاز غیر خطی	۱) دارای شیب زیاد در باند گذار ۲) ریپل در باند عبور	ریپل در باند قطع	۱) دارای ریپل مساوی در باند عبور و قطع ۲) ریپل قابل تنظیم ۳) شیب زیاد در باند گذار

۵-۳- طراحی FIR:

تفاوت FIR و IIR این است که برای طراحی FIR چندین نوع فیلتر نخواهیم داشت. از یک یا دو دستور برای طراحی کلی استفاده می‌شود. موضوع مهم در FIR، استفاده از " انواع پنجره‌ها " برای محدود کردن پاسخ فرکانسی است.

ساده‌ترین روش برای طراحی FIR این است که از پاسخ فرکانسی مطلوب، تبدیل فوریه‌ی معکوس گرفته و تعداد محدودی از نقاط را انتخاب کنیم که این امر منجر به به ایجاد ریپل یا بطور کلی باعث ایجاد اثر **Gibbs** می‌گردد. برای کاهش یا حذف این اثر، پاسخ ضربه‌ی نامحدود را از پنجره‌ی محدود و مناسب عبور می‌دهیم.



در ابتدا باید درجه‌ی فیلتر FIR مشخص شود. برای این منظور از دستورات زیر استفاده می‌شود:

$[N, \omega_n, beta, ftype] = kaiserord(Fedge, Aval, dev)$

or

$[N, \omega_n, beta, ftype] = kaiserord(Fedge, Aval, dev, FS)$

$Fedge =$ فرکانس‌های مرزی , $Aval =$ مقدار دامنه در هر باند , $dev =$ مقدار ریپل در هر باند , $Fs =$ فرکانس‌نمونه‌برداری

$beta =$ فاکتور شکل‌دهی , $ftype =$ نوع فیلتر

میزان تضعیف لوب‌های فرعی

بعد از تعیین مرتبه‌ی فیلتر FIR، با استفاده از دستوران زیر، ضرایب پاسخ ضربه‌ی فیلتر را بدست می‌آوریم:

$b = fir1(N, \omega_n, 'filtertype')$
$b = fir1(N, \omega_n, taper)$
$taper = blackman(N)$, $taper = hamming(N)$, $taper = hanning(N)$, $taper = chebwin(N)$, $taper = kaiser(N, beta)$
$tapper = triang(N)$, $tapper = rectwin(N)$

تمرین ۲۴: با استفاده از دستور fir1 ، فیلتر FIR پایین گذر با فاز خطی و دارای مشخصات مطرح شده را طراحی کنید: فرکانس مرز باند عبور 2kHz، فرکانس مرز باند توقف 2.5kHz ، ریپل باند عبور و باند توقف $\delta_s = \delta_p = 0.005$ و فرکانس نمونه برداری 10 kHz.

پس از طراحی فیلتر، گین پاسخ فرکانسی و فاز آن را رسم کنید. آیا فیلتر طراحی شده دارای مشخصات مطلوبی می‌باشد؟ با تغییر چه پارامتری می‌توان فیلتر را مطلوب‌تر طراحی کرد؟

تمرین ۲۵: تمرین ۲۴ را بار دیگر با استفاده از پنجره‌های hamming و blackman اجرا کنید و نتایج را مقایسه کنید و شرح دهید.

تمرین ۲۶ : ۱)یک سیگنال سینوسی ساده با فرکانس $f_0 = 50$ هرتز و طول ۱ ثانیه را ایجاد کنید.

۲) *DFT* سیگنال را با استفاده از پنجره‌ی مستطیلی محاسبه کنید.

۳) طیف حاصل را نمایش دهید.

تمرین ۲۷ : ۱)سیگنال مشابه تمرین قبل را تولید کنید.

۲) *DFT* سیگنال را با استفاده از پنجره‌ی هانیگ محاسبه و طیف آن را نمایش دهید.

۳) طیف پنجره‌ی مستطیلی و هانیگ را در یک شکل مقایسه کنید.

تمرین ۲۸ : ۱) پنجره‌ی کیزر با پارامترهای مختلف $\beta=2$ و $\beta=10$ را اعمال کنید.

۲) طیف سیگنال را برای هر دو مقدار β محاسبه و نمایش دهید.

۳) اثر تغییرات پارامتر β را روی پهنای باند طیف بررسی کنید.

تمرین ۲۹ : یک سیگنال سینوسی با فرکانسی غیر مضربی از نرخ نمونه‌برداری (مانند ۴۵,۵ هرتز) ایجاد کنید سپس از پنجره‌های مختلف (مستطیلی، هانیگ، همینگ، کیزر) استفاده کنید و طیف آن‌ها را نمایش دهید؛ در هر پنجره نشت فرکانسی را بررسی و مقایسه کنید.

۵-۴- تاخیر گروه:

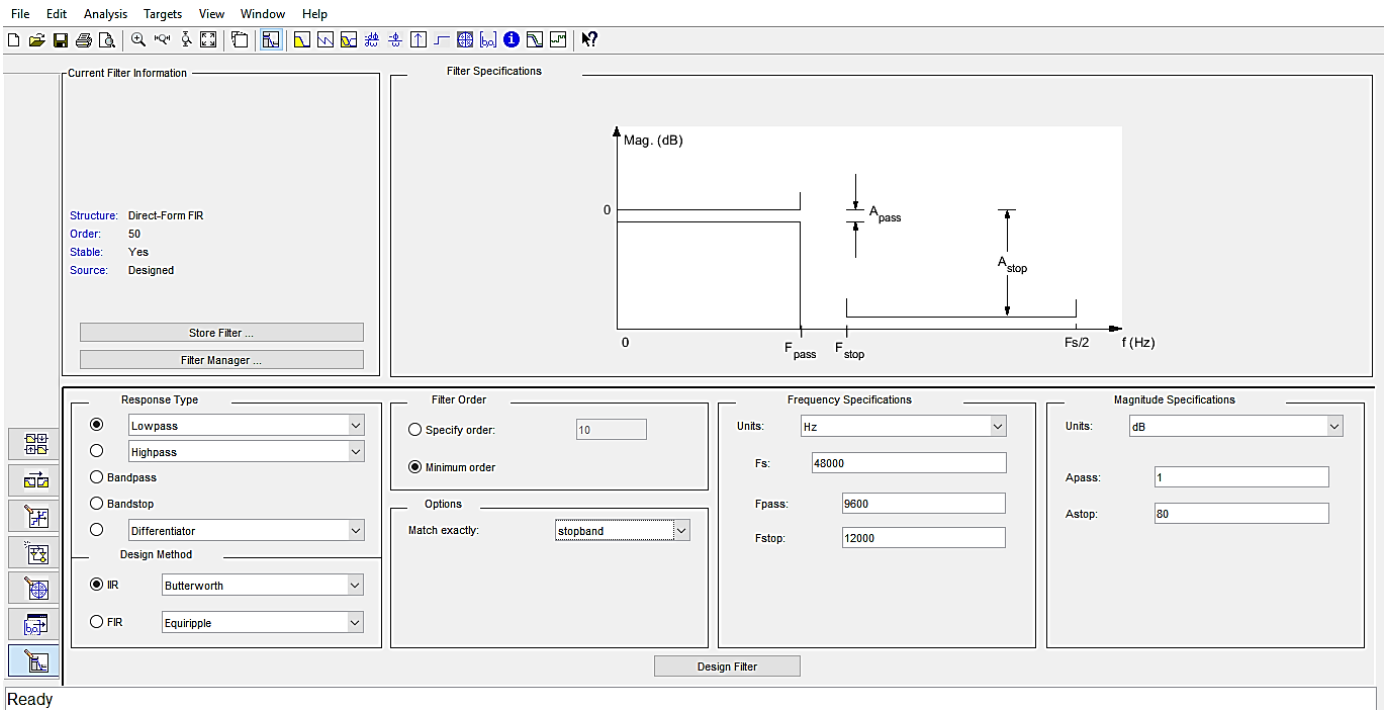
مشاهده‌ی مثالی درمورد تاخیر گروه و بررسی مثالی درمورد انواع پنجره‌گذاری بر روی سیگنالی مانند سیگنال صوت.

۵-۵- تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه (STFT):

$$spectrogram(x, window, noverlap, nfft, Fs, 'yaxix')$$

- x: سیگنال ورودی
- $window$: نوع پنجره و طولش
- $noverlap$: تعداد نقاط همپوشانی
- $nfft$: تعداد نقاط fft
- Fs: فرکانس نمونه‌برداری

۵-۶- معرفی تولباکس filterDesigner یا fdatool :



تمرین ۳۰ : ۱) در ***FDATool*** یک فیلتر پایین‌گذر با مشخصات زیر طراحی کنید:

- فرکانس نمونه‌برداری: ۱۰۰۰ هرتز
- فرکانس قطع: ۱۰۰ هرتز
- نوع فیلتر: *FIR* (با روش طراحی*Window*)

۲) در محیط متلب یک سیگنال تصادفی ایجاد کنید و فیلتر طراحی شده را اعمال کنید.

تمرین ۳۱ : ۱) در ***FDATool*** یک فیلتر میانگذر با مشخصات زیر طراحی کنید:

- فرکانس نمونه‌برداری: ۵۰۰۰ هرتز
- فرکانس‌های قطع: ۱۰۰۰ هرتز و ۲۰۰۰ هرتز
- نوع فیلتر: *FIR* (با روش طراحیEquiripple)

۲) یک سیگنال شامل نویز و چند فرکانس مختلف ایجاد کنید و فیلتر میان‌گذر را برای حذف نویز و بخش‌های غیرمطلوب سیگنال استفاده کنید.